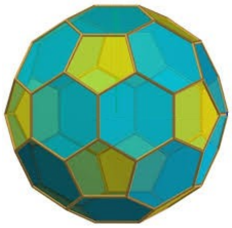
Préparer l'année de seconde - Corrigés



1. Calculs

Exercice 1

$A = \frac{-5}{7} + \frac{4}{21}$	$B = \frac{5}{12} - \frac{3}{8}$	$C = \frac{2}{3} \times \frac{1}{8}$	$D = \frac{-7}{9} \div \frac{6}{-14}$	$E = \frac{2}{15} + \frac{18}{5} \times \frac{35}{4}$
$A = \frac{-15}{21} + \frac{4}{21}$	$B = \frac{10}{24} - \frac{9}{24}$	$C = \frac{2 \times 1}{3 \times 2 \times 2 \times 2}$	$D = \frac{-7}{9} \times \frac{-14}{6}$	$E = \frac{2}{15} + \frac{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7}{5 \times 2 \times 2}$
$A = \frac{-11}{21}$	$B = \frac{1}{24}$	$C = \frac{1}{3 \times 2 \times 2}$	$D = \frac{7 \times 2 \times 7}{3 \times 3 \times 2 \times 3}$	$E = \frac{2}{15} + \frac{3 \times 3 \times 7}{2}$
		$C = \frac{1}{12}$	$D = \frac{7 \times 7}{3 \times 3 \times 3}$	$E = \frac{2}{15} + \frac{63}{2}$
			$D = \frac{49}{27}$	$E = \frac{4}{30} + \frac{945}{30}$
				$E = \frac{949}{30}$

Exercice 2

À eux deux, Pierre et Jules reçoivent $\frac{11}{15}$ de la fortune de leur père ($\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{11}{15}$)

Il reste alors $\frac{4}{15}$ de cette fortune pour Thomas ($\frac{15}{15} - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$).

Exercice 3

$A(x) = (2x - 3)(5x - 4)$
$A(x) = 10x^2 - 8x - 15x + 12$
$A(x) = 10x^2 - 23x + 12$

$B(x) = 2x(5x - 3) - 7$
$B(x) = 10x^2 - 6x - 7$

$C(x) = 3x - (x - 1)$
$C(x) = 3x - x + 1$
$C(x) = 2x + 1$

$D(x) = (x + 5)^2$
$D(x) = (x + 5)(x + 5)$
$D(x) = x^2 + 5x + 5x + 25$
$D(x) = x^2 + 10x + 25$

$E(x) = (6 + 7x)(6 - 7x)$
$E(x) = 36 - 42x + 42x - 49x^2$
$E(x) = 36 - 49x^2$
$E(x) = -49x^2 + 36$

Exercice 4

$A(x) = x^2 + 2x$
$A(x) = x \times x + x \times 2$
$A(x) = x(x + 2)$

$B(x) = 7x(x - 4) + (x - 4)^2$
$B(x) = 7x(x - 4) + (x - 4)(x - 4)$
$B(x) = (x - 4)(7x + (x - 4))$
$B(x) = (x - 4)(7x + x - 4)$
$B(x) = (x - 4)(8x - 4)$

$C(x) = (x + 1)(2x + 5) - (x + 1)(3x - 4)$
$C(x) = (x + 1)((2x + 5) - (3x - 4))$
$C(x) = (x + 1)(2x + 5 - 3x + 4)$
$C(x) = (x + 1)(-x + 9)$

$D(x) = 16x^2 - 1$
$D(x) = (4x)^2 - 1^2$
$D(x) = (4x - 1)(4x + 1)$

Exercice 5

x	10^7	10^{-5}	$\frac{1}{10^4}$	$10^{-15} \times 10^{11}$	$\frac{10^{16}}{10^9}$	$(10^2)^3$
Écriture décimale de x	10 000 000	0,000 01	0,000 1	0,000 1	10 000 000	1 000 000

Exercice 6

A = 3 789 000 = $3{,}789 \times 10^6$

B = 0,000 000 037 = $3{,}7 \times 10^{-8}$

2. Equations

Exercice 1

E_1 : $3x - 1 = -13$
$3x = -12$
$x = -4$
La solution est – 4

E_2 : $-2x + 5 = 8$
$-2x = 3$
$x = -1{,}5$
La solution est –1,5

E_3 : $5x = 0$
$x = 0 \div 5$
$x = 0$
La solution est 0

E_4 : $4 - x = 7$

$-x = 3$

$x = -3$

La solution est – 3

E_5 : $11x - 3 = 2x + 9$

$9x - 3 = 9$

$9x = 12$

$x = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$

La solution est $\frac{4}{3}$

E_6 : $\frac{x}{7} = \frac{-7}{4}$

$x = \frac{-7}{4} \times 7$

$x = \frac{-49}{4} = -12{,}25$

La solution est –12,25

$E_7 = (-2x - 5)(3x + 2) = 0$

On sait qu'un produit est nul si l'un de ses facteurs est nul.

Donc : $-2x - 5 = 0$ **ou** $3x + 2 = 0$

$-2x = 5$ **ou** $3x = -2$

$x = -2{,}5$ **ou** $x = \frac{-2}{3}$ L'équation admet deux solutions : – 2,5 et $\frac{-2}{3}$.

Exercice 2

1. choix du nombre : 2

2 + 7 = 9 et 2 – 7 = - 5

9 x (- 5) = -45 et – 45 + 50 = 5

2. choix du nombre : x

$(x + 7) \times (x - 7) + 50$

$= x^2 - 49 + 50 = x^2 + 1$

3. Pour répondre à cette question, on doit résoudre l'équation : $x^2 + 1 = 17$

C'est à dire $x^2 = 16$. Les solutions sont donc – 4 et 4.

3. Fonctions généralités

Exercice 1

1. L'image de 3 par f est – 1.
2. Les antécédents de 2 par f sont – 5 ; - 3 et 5.
3. On a $f(x) = 0$ *pour* $x = -6$; $x = -1$ *et* $x = 4$.

Exercice 2

1. $f(-3) = 2\times(-3) - 4 = -6 - 4 = -10$. L'image de -3 par la fonction f est – 10.
2. $f(x) = 24$ s'écrit aussi $2x - 4 = 24$. En résolvant cette équation, on trouve $x = 14$. On en déduit que l'antécédent de 24 par la fonction f est 14.

Exercice 3

Égalité	Description : image ou antécédent	Point appartenant à $\mathscr{C}$
$f(-2) = -1$	– 1 est l'image de – 2 par f	$(-2\ ;\ -1) \in \mathscr{C}$
$f(-3) = 2$	– 3 est un antécédent de 2 par f	$(-3\ ;\ 2) \in \mathscr{C}$

4. Fonctions affines

Exercice 1

a) Fonction affines : f , g , i, et j

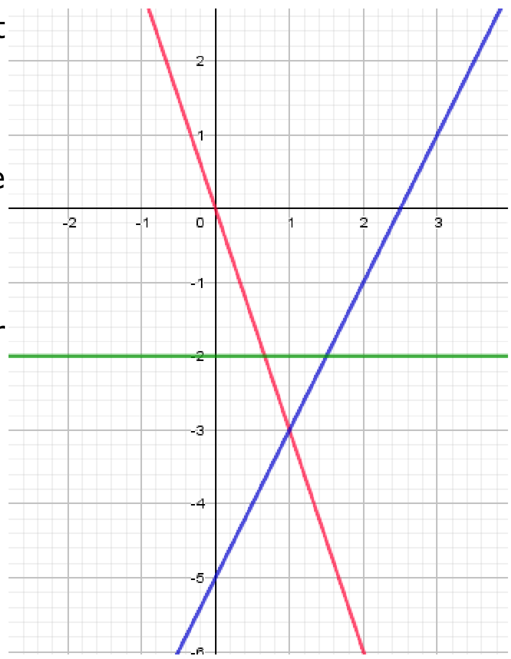
b) Fonctions linéaires : i

c) Fonctions constantes : j

d) Fonctions non affines : h

Exercice 2

a) La fonction f est linéaire. Sa représentation graphique est donc une droite qui passe par l'origine du repère (0 ; 0). Il nous faut les coordonnées d'un deuxième point.
En choisissant $x = 2$ on calcule $f(2) = -3 \times 2 = -6$
Le point de coordonnées (2 ; – 6) appartient aussi à la courbe représentative de f . (en rouge)



b) La fonction g est constante. Sa représentation graphique est donc une droite parallèle à l'axe des abscisses passant par (0 ; – 2). (en vert)

c) La fonction i est affine. Sa représentation graphique est donc une droite. Il nous faut les coordonnées de deux points qui sont sur cette droite.
• Choisissons : $x = 1$
on calcule $i(1) = 2 \times 1 - 5 = 2 - 5 = -3$.
Le point de coordonnées (1 ; – 3) appartient à la courbe représentative de i.
• Choisissons ensuite $x = 3$ on calcule $i(3) = 2 \times 3 - 5 = 6 - 5 = 1$.Le point de coordonnées (3 ; 1) appartient à la courbe représentative de i. (en bleu)

5. Statistiques et probabilités

Exercice 1
1. Total des points obtenus par les élèves de la classe : 8×2 + 9×3 + ... + 16×2 + 17 =306
Nombre d'élèves de cette classe : 2 + 3 + 1 + ... + 2 + 1 = 25
Moyenne de points obtenus par élève dans cette classe : 306 ÷ 25 = 12,24.
Cela signifie que si les élèves avaient tous eu la même note à ce devoir, ils auraient eu 12,24/20.

Comme il y a 25 élèves, la médiane est la 13e note des élèves (celles-ci étant rangées dans l'ordre croissant).
• 2 notes $\leqslant$8 • 2+3 = 5 notes $\leqslant$9 • 5 + 1 = 6 notes $\leqslant$10
• 6 + 3 = 9 notes $\leqslant$11 • 9 + 5 = 14 notes $\leqslant$12 : La 13e note est donc égale à 12.
La médiane des notes est 12.
Cela signifie qu'il y a autant d'élèves qui ont eu une note inférieure ou égale à 12 que d'élèves qui ont eu un note supérieure ou égale à 12.

2. Calcul de l'étendue : 17 – 8 = 9
Cela signifie qu'il y a 9 points d'écart entre la meilleure et la moins bonne note.

3. 2 + 3 = 5 et 5 ÷ 25 = 0,2 donc 20% des élèves n’ont pas eu la moyenne.

Exercice 2

1. La pièce est cachée sous 1 seul des 3 verres. La probabilité de trouver la pièce est $\frac{1}{3}$.
2. 2 verres sur les 5 cachent une pièce. La probabilité de trouver la pièce est $\frac{2}{5}$= 0,4 > $\frac{1}{3}$.

   Dans le cas 2, Pierre a donc plus de chance de trouver une pièce.

6. Géométrie

1. AE² + ED² = 4,2² + 5,6² = 49 et AD² = 7² = 49 donc AE² + ED² = AD².
D’après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ADE est rectangle en E.

2. $\cos \widehat{ADE}=\frac{DE}{DA}=\frac{5,6}{7}$ donc $\widehat{ADE}\approx 37°$

3. F appartient à [AD], G appartient à [AE] et les droites (FG) est (DE) sont parallèles donc d’après le théorème de Thalès, on $\frac{AF}{AD}=\frac{AG}{AE}=\frac{FG}{DE}$.

En remplaçant par les valeurs, on obtient $\frac{FG}{5,6}=\frac{2,5}{7}$ donc $FG=\frac{5,6\times 2,5}{7}=2$

4. Le triangle AFG est une réduction du triangle ADE donc $\widehat{AGF}=\widehat{ADE}=90°$ ainsi le triangle AGF est un triangle rectangle en G.

On calcule de même $\frac{AG}{4,2}=\frac{2,5}{7}$ donc $AG=\frac{4,2\times 2,5}{7}=1,5$

et Aire de AFG = A $\frac{AG\times FG}{2}=\frac{1,5\times 2}{2}=1,5\,cm^2$.