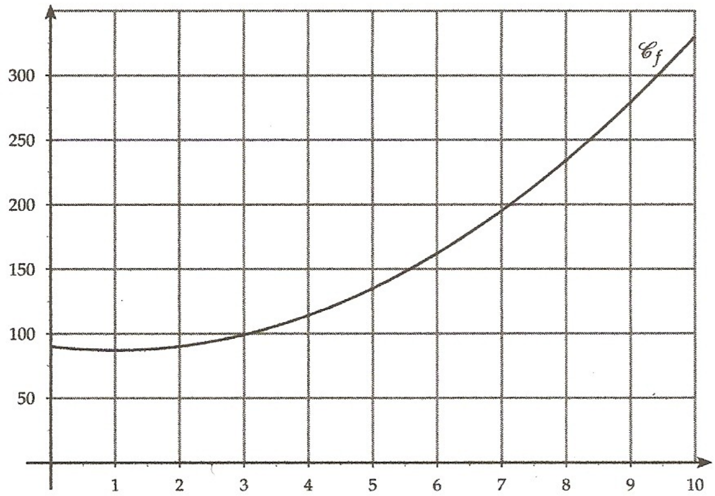
DES EXERCICES À MAÎTRISER POUR L'ENTRÉE EN TERMINALE ES

EXERCICE 1 : Le coût total de fabrication de x milliers d'articles est $f(x) = 3x^2 - 6x + 90$ ($f(x)$ est exprimé en milliers d'euros) avec $x \in]0; 10]$. On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f.

On admet que chaque article fabriqué est vendu au prix unitaire de 30 €. La recette exprimée en milliers d'euros pour la vente de x milliers d'articles est $g(x) = 30x$.

La figure ci-dessous, donne la courbe représentative de la fonction coût total dans un repère orthogonal.



1°/ Tracer dans le repère ci-dessus la courbe représentative de la fonction recette. On note $\mathscr{C}_g$ cette courbe.

2°/ Par lecture graphique, déterminer la plage de production qui permet de réaliser un bénéfice avec la précision permise par le graphique.

3°/ On note $B(x)$ le bénéfice réalisé, lorsque l'entreprise produit et vend x milliers d'articles.

a. Montrer que le bénéfice exprimé en milliers d'euros, lorsque l'entreprise produit et vend x milliers d'articles, est donné par $B(x) = -3x^2 + 36x - 90$ avec $x \in]0; 10]$.

b. Étudier les variations de la fonction B sur $]0; 10]$. En déduire la quantité d'articles à produire et à vendre pour que le bénéfice soit maximal. Quel est le montant en euro, de ce bénéfice maximal ?

c. Étudier le signe de $B(x)$. En déduire la plage de production à la dizaine d'articles près qui permet de réaliser un bénéfice (positif).

Exercice 2 :

Un bijoutier souhaite lancer un nouveau modèle de bijou contenant de l'or.

On admet que le coût de production de ce bijou, exprimé en millier d'euros, est modélisé par la fonction C définie par $\mathrm{C}(x) = 2x^3 - 3x^2 + 3x + 15$ où x représente le nombre de centaines de bijoux fabriqués.

On admet également que la recette, exprimée en millier d'euros, est modélisée par la fonction R définie par $\mathrm{R}(x) = 15x$ où x représente le nombre de centaines de bijoux fabriqués et vendus.

Le nombre de bijoux fabriqués et vendus est compris entre 50 et 300 donc $x \in [0,5 ; 3]$.

1. Montrer que la fonction bénéfice B est définie pour tout $x \in [0,5 ; 3]$ par : $\mathrm{B}(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 15$.
2. Déterminer $\mathrm{B}'(x)$ pour $x \in [0,5 ; 3]$, où B′ désigne la fonction dérivée de B.
3. Étudier le signe de $\mathrm{B}'(x)$ pour $x \in [0,5 ; 3]$. En déduire le tableau de variations de B.
4. Préciser alors le nombre de bijoux fabriqués et vendus qui permet de réaliser un bénéfice maximal.

Exercice 3 : Q.C.M.

Le Q.C.M. comporte 8 questions. Pour chaque question, **entourez la ou les bonnes réponses**.

Données	Réponse a	Réponse b	Réponse c	Réponse d
$\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & 1 & & +\infty \\ \hline & & & 5 & & \\ f(x) & & \nearrow & & \searrow & \\ & & & & & 1 \end{array}$ 1. Ci-dessus le tableau de variation d'une fonction f définie et dérivable sur ℝ *(En cas d'informations insuffisantes on considérera la réponse inexacte)*	$f(x)\geqslant 0$ sur $]-\infty;0]$	$f'(x)\geqslant 0$ sur $]-\infty;0]$	f a un minimum sur ℝ	La courbe de f présente une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point d'abscisse 1
2. Soit P le trinôme défini sur ℝ par : $P(x) = 2x^2 - 3x - 5$	Le discriminant de P est égal à -49	L'équation P(x)=0 admet deux solutions distinctes	Si $x \in]-\infty;-2[$ alors $P(x)>0$	Le sommet de la parabole représentative de P est le point $S(\frac{3}{2}\,;-5)$
3. La fonction f définie par $f(x)=\dfrac{3-x}{2x+2}$:	Est définie sur ℝ-{-1}	Se dérive en $f'(x)=\dfrac{-2}{(x+1)^2}$	A sa courbe qui intercepte l'axe des abscisses en un seul point	Est négative sur $[3;+\infty[$
4. En 2000, Jean place 1000€ sur un compte à intérêts annuels simples de 3%. On note u_n la somme dont dispose Jean n années après son placement.	(u_n) est une suite arithmétique	(u_n) est une suite géométrique	$u_{10}=1270$	$u_{10}=1300$
5. En 2000, Julie place 1000€ sur un compte à intérêts annuels composés de 3%. On note v_n la somme dont dispose Julie n années après son placement.	(v_n) est une suite arithmétique	(v_n) est une suite géométrique	$v_{10}\approx 1344$	$v_{10}\approx 1011$
La production d'une entreprise augmente successivement deux fois de 20%	Le taux global d'évolution est de 40%	Le taux global d'évolution est de 44%	Si la production de départ était de 120 tonnes, alors après une première augmentation elle est de 145t	Si la production finale est de 100 t alors avant la dernière augmentation elle était de 83,3t environ
7. Une diminution de 60% :	S'exprime par un coefficient multiplicateur de 0,6	Est compensée par une augmentation de 50%	Est compensée par une augmentation de 150%	Revient à soustraire 0,6
8. Une entreprise compte 300 salariés dont 130 hommes; les cadres sont au nombre de 50 et concernent 20 hommes, les autres salariés sont de simples employés. Les résultats sont donnés avec une précision de 0,1%.	43,3% des salariés sont des hommes	Parmi les hommes, 15% sont des cadres	Parmi les cadres, 60% sont des femmes	10% des salariés sont des cadres féminins.

<u>Exercice 4 : *Probabilité et loi binomiale*</u>

Une urne contient dix boules dont trois rouges.

1. On tire une boule. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule rouge?

2. On tire deux boules l'une après l'autre en remettant à chaque fois la boule tirée dans l'urne. Cela constitue un prélèvement. Soit X la variable aléatoire qui à chaque prélèvement, associe le nombre de boules rouges obtenues.

2.1. Faire un arbre pondéré illustrant la situation.

2.2. Déterminer la loi de X.

3. On tire quatre boules l'une après l'autre en remettant à chaque fois la boule tirée dans l'urne. Cela constitue un prélèvement. Soit Y la variable aléatoire qui à chaque prélèvement, associe le nombre de boules rouges obtenues.

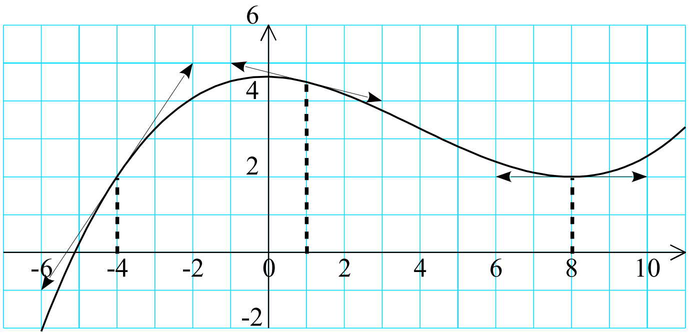
3.1 Expliquer pourquoi Y suit une loi binomiale. Préciser les paramètre de cette loi.
3.2 Calculer $P(Y=1)$ puis $P(Y \geq 2)$.
3.3 Calculer l'espérance de Y, notée E(Y). Que représente E(Y) ?

<u>Exercice 5 :</u> Résoudre des équations et inéquations du second degré.

$x^2 + 2x = 0$; $2x^2 - 16 = 0$; $-x^2 + 2x - 10 = 0$; $2x^2 = 3x - 5$; $2x^2 - 3x - 5 < 0$
Attention, n'utiliser Δ que lorsque que c'est nécessaire.

<u>Exercice 6 :</u> Nombre dérivé.

a) Graphiquement : Lire $f'(-4)$, $f'(1)$ et $f'(8)$ sur la courbe ci-dessous.



b) **<u>Lien entre nombre dérivé et tangente</u>** :

La courbe C_f représente la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{4x+1}{x^2+3}$.

1. Déterminer le coefficient directeur de la tangente $\mathcal{T}$ à la courbe C_f au point A d'abscisse 0. La tracer.

2. La courbe C_f admet-t-elle des tangentes horizontales ? Si oui en quels points?

<u>Exercice 7 : *les suites :*</u>

<u>1°) Dans le cas d'une suite arithmétique ou géométrique, exprimer le terme général en fonction de n.</u>

1. (v_n) est une suite géométrique de raison $q=3$. On donne $v_1=1$.
   a) Exprimer v_n en fonction de *n*.
   b) Calculer v_{20}.

2. (u_n) est une suite arithmétique de raison $r=2$. On donne $u_5=3$.
   a) Exprimer u_n en fonction de *n*.
   b) Calculer u_0.

2°) Étudier si une suite est arithmétique, géométrique ou ni l'un ni l'autre.

Préciser la nature des suites suivantes.
Lorsqu'elles sont arithmétiques ou géométriques, on précisera le premier terme et la raison.

a) $u_n=5n+3$;b) $u_n=n^2+1$; c) $u_n=3^{n+1}$; d) $u_n=n^2$; e) $u_{n+1}=nu_n$ avec $u_0=1$

Indication : penser à calculer les premiers termes de chaque suite afin d'émettre une conjecture (qu'il faudra ensuite prouver) sur la nature de la suite.

3°) Déterminer le sens de variation de (u_n) dans les cas suivants :

a) (u_n) est une suite arithmétique de raison $\frac{3}{4}$ et de premier terme -2 ;

b) (u_n) est une suite géométrique de raison $\frac{3}{4}$ et de premier terme 2 ;

c) (u_n) est une suite géométrique de raison $\frac{4}{3}$ et de premier terme 2 ;

d) (u_n) est une suite arithmétique de raison $\frac{-4}{3}$ et de premier terme 2 .

Exercice 8 : *algorithme(1)*

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_0=1$ et $u_{n+1}=u_n\times\sqrt{2}$

1) Quelle est la nature de la suite (u_n) ?

2) On donne l'algorithme ci-dessous :

```
U ← 1

Pour i allant de 1 à 5
    U ← U×√2
Fin Pour
```

a) Quel est le rôle de cet algorithme ?
b) Quelle est la valeur de la variable U à la fin de l'exécution de l'algorithme ?

Exercice 9 : *algorithme(2)*

On considère l'algorithme suivant :

```
k ← 0
U ← 1
Tant que k ≤ 4
    k ← k+1
    U ← 2U−3
Fin Tant que
```

1) Compléter le tableau suivant

Valeur de k	0				
Valeur de U	1				

2) Définir la suite (u_n) par son premier terme et une relation de récurrence .