Exercices à savoir faire à l'entrée en terminale S

GEOMETRIE

Exercice 1 : Q.C.M.

Le Q.C.M. comporte 12 questions. Pour chaque question, **entourez la ou les bonnes réponses**.

On se place dans un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$)

Données	a	b	c	d
ABCD est un carré de côté a 1. $\vec{AB}\cdot\vec{DC}=$	a²	-a²	0	2×a
2. $\vec{AB}\cdot\vec{AC}=$	a²	-a²	0	2×a
3. $\vec{AC}\cdot\vec{BD}=$	a²	-a²	0	autre
4. $\vec{BC}\cdot\vec{CA}=$	a²	-a²	0	autre
5. Dans un triangle ABC , on a AC= 4 ; AB=5 et $\widehat{BAC}=120°$	alors $\vec{AB}\cdot\vec{AC}=10$	alors $\vec{AB}\cdot\vec{AC}=-10$	alors $\vec{BA}\cdot\vec{AC}=-10$	alors $\vec{AB}\cdot\vec{AC}=20$
6. ABC un triangle, AB=4, H le projeté orthogonal de C sur (AB) et $\vec{AB}\cdot\vec{AC}=-12$	Alors $\vec{AB}\cdot\vec{AC}=$ AB× AH	Alors $\vec{AB}\cdot\vec{AC}=$ - AB× AH	alors $BH=7$	alors $H\in[AB]$
7. 2 x +3 y +1 =0 est une équation de droite	de vecteur directeur $\vec{u}$ (-2 ; 3)	de vecteur normal $\vec{u}$ (3; -2)	de vecteur normal $\vec{u}$ (2; 3)	de coefficient directeur $m=\frac{-2}{3}$
8. La droite passant par A(1;2) et de vecteur normal $\vec{n}$ (-2;5) a pour équation	5 x - 2 y +3 =0	- 2 x +5 y - 8 =0	y= $\frac{2}{5}x+2$	y= $\frac{2}{5}x+\frac{8}{5}$
9. x est un réel tel que cos x = α	cos (-x) = -α	Cos (π - x)= -α	cos (π + x)= -α	cos (π + x)= α
10. L'équation sin $x=\frac{-1}{2}$ a sur ℝ	0 solution	1 solution	2 solutions	Une infinité de solutions
11. $\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)=$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
12. La mesure principale de $\frac{19\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{-5\pi}{6}$	$\frac{\pi}{6}$	$-\frac{\pi}{6}$

PROBABILITES

Exercice 2 *:* loi binomiale, échantillonnage

Une urne contient dix boules dont trois rouges. On tire quatre boules l'une après l'autre en remettant à chaque fois la boule tirée dans l'urne. Cela constitue un prélèvement. Soit X la variable aléatoire qui à chaque prélèvement, associe le nombre de boules rouges obtenues.

1. Expliquer pourquoi X suit une loi binomiale. Préciser les paramètres de cette loi.
2. Calculer P(X=1) puis P(X $\leq$ 2).
3. Calculer E(X) puis V(X) de la variable X. Donner une interprétation de E(X).
4. Dans un jeu télévisé le joueur doit piocher successivement 4 boules dans un sac opaque, en remettant à chaque fois la boule piochée. Si le joueur pioche plus de 2 boules rouges il remporte le gros lot. Au cours des 100 dernières émissions, seuls 4 joueurs ont remporté le gros lot. Doit-on rejeter, au seuil de 95%, l'hypothèse selon laquelle le sac contient trois boules rouges ?

(*On pourra déterminer l'intervalle de fluctuation de la fréquence de gagner le gros lot dans un échantillon de 100 expériences.*)

FONCTIONS

Exercice 3 : Résoudre des équations et inéquations du second degré.

$x^2 + 2x = 0$; $2x^2 - 16 = 0$; $-x^2 + 2x - 10 = 0$; $2x^2 = 3x + 5$; $2x^2 - 3x - 5 < 0$

Attention, n'utiliser Δ que lorsque que c'est nécessaire.

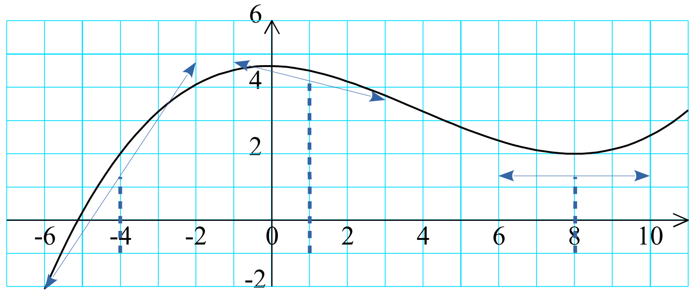
Exercice 4 : Nombre dérivé.

a) En utilisant la définition

Soit f définie sur ℝ par $f(x) = x^2 - 2x - 1$. Montrer que f est dérivable en 3 et déterminer $f'(3)$.

b) Graphiquement :

Lire $f'(-4)$, $f'(1)$ et $f'(8)$ sur la courbe ci-contre.



c) Lien entre nombre dérivé et tangente :

La courbe C_f représente la fonction f définie sur ℝ par $f(x) = x^3 - 6x + 1$

a) Déterminer une équation de la tangente $\mathcal{T}$ à la courbe C_f au point A d'abscisse 1.

b) La courbe C_f admet-t-elle des tangentes horizontales ? Justifier.

Exercice 5 : Fonction dérivée.

1°) Calculer $f'(x)$ dans les cas suivants :

a) $f(x) = (2-x)\sqrt{x}$ b) $f(x) = \dfrac{2x^2}{x+3}$ c) $f(x) = \dfrac{1}{x^2-4}$ d) $f(x) = (3x-5)^2$;

2°) Lien entre le signe de f' et les variations de f :

1) f est une fonction définie et dérivable sur [-2;5]. Le signe de sa dérivée f' est donné ci-dessous. Donner le sens de variation de f

x	-2		0		2		5
$sg\, f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$var\, f$							

2) Étudier les variations de f définie sur ℝ par $f(x) = x^3 + 2x^2 - 7x - 1$.

3) S définie sur ℝ $^{+*}$ par $S(x) = x + \dfrac{1}{x}$. Quel est le minimum de S ?

Exercice 6 : Problème de synthèse sur les fonctions.

Soit f définie sur ℝ–{-1} par $f(x) = \dfrac{x^2+7x+10}{x+1}$ et (C) sa courbe représentative.

1. Calculer f' et montrer que $f'(x) = \dfrac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$.
2. Déterminer l'équation de la tangente (T) à (C) au point A d'abscisse -2.
3. a) Résoudre $x^2 + 2x - 3 = 0$. b) En déduire le tableau de variation complet de f.

   c) Préciser les extremums locaux de f.

4. Sur la calculatrice, tracer la courbe représentative de f en précisant les paramètres utilisés pour la fenêtre graphique (Xmin, Xmax, …) Vos résultats (q°2 et 3) sont-ils cohérents avec la courbe obtenue?

5. Mathias affirme que l'équation $f(x) = 3$ n'a pas de solution sur ℝ– {-1}. Etes-vous d'accord ? Argumenter.

SUITES

Exercice 7 : Dans le cas d'une suite arithmétique ou géométrique, exprimer le terme général en fonction de n.

1. (v_n) est une suite géométrique de raison $q=3$. On donne $v_1=1$.
   a) Exprimer v_n en fonction de *n*.
   b) Calculer v_{20} .

2. (u_n) est une suite arithmétique de raison $r=2$. On donne $u_5=3$.
   a) Exprimer u_n en fonction de *n*.
   b) Calculer u_0 .

Exercice 8 : Étudier si une suite est arithmétique, géométrique ou ni l'un ni l'autre.

Préciser la nature des suites suivantes.
Lorsqu'elles sont arithmétiques ou géométriques, on précisera le premier terme et la raison.

1. $u_n=5n+3$; 2. $u_n=n^2+1$ 3. $\begin{cases} u_1=4 \\ u_{n+1}=u_n+4 \end{cases}$, pour tout $n \geqslant 1$

4. $u_n=3^{n+1}$; 5. $u_{n+1}=n u_n$ avec $u_0=1$

Indication : penser à calculer les premiers termes de chaque suite afin d'émettre une conjecture sur la question posée (conjecture qu'il faudra peut-être ensuite prouver).

Exercice 9 : Calculer la somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique ou géométrique.

1. Calculer la somme des entiers naturels inférieurs à 200.
2. Calculer la somme suivante : $1-2+4-8+16+\ldots+1024$.

Exercice 10 : Étudier le sens de variation d'une suite (Aide : quelles sont les différentes méthodes pour répondre ?).

Étudier la monotonie des suites suivantes :

a) $u_n=1+\dfrac{1}{n}$, pour tout $n \geqslant 1$; b) $u_n=\dfrac{2^n}{n}$, pour tout $n \geqslant 1$; c) $u_n=0{,}8^n$, pour tout $n \geqslant 0$.

Exercice 11 : Conjecturer les limites de suites.
Les suites ci-dessous sont définies pour $n \in \mathbb{N}$.

a) $u_n=-3n^2+5$; b) $u_n=\dfrac{n^2-3n}{n^2+4}$;

c) (u_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{3}{4}$ et de premier terme 2 ;

d) (u_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{4}{3}$ et de premier terme 2 ;

ALGORITHMES

Exercice 12 :

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_0=1$ et $u_{n+1}=u_n\times\sqrt{2}$

1) Quelle est la nature de la suite (u_n) ?

2) On donne l'algorithme ci-dessous :

```
U ← 1

Pour i allant de 1 à 5
      U ← U×√2
Fin Pour
```

a) Quel est le rôle de cet algorithme ?

b) Quelle est la valeur de la variable U à la fin de l'exécution de l'algorithme ?

Exercice 13 :

Le déficit d'une multinationale a été de 15 millions d'euros en 2014.
Devant l'ampleur de ce déficit, l'équipe de direction décide de prendre des mesures afin de ramener ce déficit annuel à moins de 5 millions d'euros.
Jusqu'à ce que cet objectif soit atteint, cette équipe s'engage à ce que le déficit baisse de 8,6% tous les ans.

On définit la suite (u_n) de la manière suivante : on note u_n le déficit en million d'euros de cette multinationale lors de l'année $2014+n$. Ainsi $u_0=15$.
Dans tout l'exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-3} .

1) a) Montrer que $u_1=0{,}914\times u_0$.
   b) Si l'équipe de direction tient ses engagements, quel sera le déficit de la multinationale en 2016?
   c) Démontrer que la suite (u_n) est géométrique, puis exprimer u_n en fonction de n .

2) On considère l'algorithme ci-dessous :

```
N ← 0
U ← 15

Tant que ...
      N ← ...
      U ← ...
Fin Tant que
```

a) Recopier et compléter les lignes en pointillé afin que l'algorithme permette de donner l'année à partir de laquelle le déficit de cette multinationale sera ramené en dessous de 5 millions d'euros.
b) En faisant tourner cet algorithme, dans un tableau comme ci-dessous, répondre à la question posée.

N	0	1	...
U	15	...	...