Correction des exercices à savoir faire à l'entrée en 2nde

Exercice 1 :

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chaque question, une seule des réponses proposées est exacte. Laquelle ? Il faut savoir le justifier.

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1/ $\frac{12}{25}\times\frac{7}{10}=\frac{12\times 7}{25\times 10}=\frac{6\times 7}{25\times 5}=\frac{42}{125}$ B	$\frac{19}{35}$	$\frac{42}{125}$	$\frac{175}{250}$
2/ $2+\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}=2+\frac{2\times 1}{3\times 4}=2+\frac{1}{6}=\frac{12}{6}+\frac{1}{6}=\frac{13}{6}$ A	$\frac{13}{6}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{2}{3}$
3/ Une valeur approchée de $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ est 1,62 B	2,74	1,62	2,35
4/ L' écriture scientifique de 65 100 000= $6{,}51\times 10^7$ A ($a\times 10^p$ avec a un décimal ayant un seul chiffre non nul avant la virgule et p entier)	$6{,}51\times 10^7$	651×10^5	$65{,}1\times 10^6$
5/ L'écriture scientifique de $10^2\times 21\times 10^{-7}=$ $21\times 10^{-5}=2{,}1\times 10^{-4}$ B	21×10^{-5}	$2{,}1\times 10^{-4}$	$0{,}21\times 10^{-3}$
6/ L'opposé de 4 est - 4 A	–4	0,25	2
7/ $(3x-5)^2$ est égal à $9x^2-30x+25$ C	$9x^2-25$	$9x^2+25$	$9x^2-30x+25$
8/ Si $x=-3$ alors $-x^2+2x+1=$ $-(-3)^2+2\times(-3)+1=-9-6+1=-14$ A	–14	4	15
9/ Les solutions de l'inéquation $-2x+5\geqslant 7$ sont les réels x tels que $x\leqslant -1$ A (–2 est solution)	$x\leqslant -1$	$x\geqslant -1$	$x\geqslant 1$
10/ La fonction $x\mapsto 5-4x$ est affine B	linéaire	affine	ni linéaire, ni affine
11/ La médiane de la série 1; 2; 2,4; 3; 3,5; 3,7; 3,8; 4 ; 4,2 ; 4,2 ; 7 est 3,7 (B)	3,5	3,7	4,2
12/ La moyenne de la série 1 ; 2 ; 2,5 ; 3 ; 3,6 ; 3,7 ; 3,9 ; 4 ; 4,2 ; 4,2 ; 7,5 est 3,6 (A)	3,6	3,7	4,2
13/ Un bidon contient 25 L. Si j'augmente de 2% sa contenance, alors j'obtiens $25\times\left(1+\frac{2}{100}\right)=25\times 1{,}02=25{,}5$ B	27 L	25,5 L	25,02 L
14/ Une mouette parcourt $4{,}2\,km$ en $8\,min$. Quelle distance aurait-elle parcouru en $1\,h$ à la même vitesse ? $\frac{4{,}2}{8}\times 60=31{,}5$ A	$31{,}5\,km$	$42{,}8\,km$	$0{,}526\,km$

Exercice 2:

Soit *f* la fonction définie par $f(x)=5x-3$
Compléter le tableau suivant :

x	–2	–1	0	2	7
$f(x)$	–13	–8	–3	7	32

Compléter les phrases suivantes en utilisant les mots « image » ou « antécédent » :

* L'image de –2 par *f* est –13.
* 32 est l'image de 7 par la fonction *f*.
* –3 est l'image de 0 par la fonction *f*.
* –1 est l'antécédent de –8 par la fonction *f*.

Exercice 3 :

Soit B l'expression B = $3x^2 - 5x$.

a. Calculer B pour $x = 0$.

Si $x = 0$, alors B = $3\times0^2 - 5\times0 = 0$.

b. Calculer B pour $x = -2$.

Si $x = -2$, alors B = $3\times(-2)^2 - 5\times(-2) = 12 + 10 = 22$.

c. Calculer B pour $x=\frac{5}{3}$.

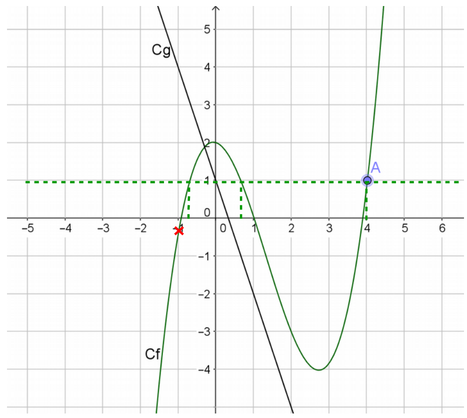
Si $x = \frac{5}{3}$, alors B = $3\times\left(\frac{5}{3}\right)^2-5\times\frac{5}{3}=\frac{3\times25}{9}-\frac{25}{3}=\frac{25}{3}-\frac{25}{3}=0$.

Exercice 4: Résoudre les équations et inéquations suivantes :

a) $5x=7$ $x = \frac{7}{5}$ $x = 1{,}4$ S = { 1,4 }	**b)** $5x+3=7$ $5x = 4$ $x = \frac{4}{5}$ $x = 0{,}8$ S = { 0,8 }	**c)** $5x+7=2$ $5x = -5$ $x = -\frac{5}{5}$ $x = -1$ S = { –1 }
d) $2x+7=5x-9$ $2x-5x=-9-7$ $-3x=-16$ $x=\frac{16}{3}$ S = $\left\{\frac{16}{3}\right\}$	**e)** $4x+3>2$ $4x > 2 - 3$ $4x > -1$ $x > -\frac{1}{4}$ Les solutions de l'inéquation sont les nombres strictement supérieurs à –0,25.	**f)** $2x-1\geqslant 4x+8$ $2x - 4x \geqslant 8 + 1$ $-2x \geqslant 9$ $x \leqslant \frac{9}{-2}$ Les solutions de l'inéquation sont les nombres inférieurs ou égaux à –4,5.

Exercice 5:

On donne ci-dessous les représentations graphiques de deux fonctions : f et g. Ces représentations sont notées C_f et C_g .



1. Lire les coordonnées de A. (4 ; 1)

2. Par lecture graphique, déterminer l'image de 0 par f, puis celle de –1.

$f(0) = 2$ (Intersection avec l'axe des ordonnées) et $f(-1) \approx -0{,}3$ (point de la courbe d'abscisse –1 marqué en rouge)

3. Par lecture graphique, déterminer le nombre d'antécédents de 1 par f et donner, avec la précision permise par le graphique, une valeur approchée de chacun d'entre eux.

La construction en pointillés vert nous permet de dire que 1 à trois antécédents et qu'ils valent approximativement –0,8 ; 0,8 et 4.

4. Donner l'expression de la fonction g.

$g(x) = -3x + 1$ (f est une fonction affine, donc son expression est de la forme $g(x) = ax + b$ où a et b sont respectivement le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine que l'on lit graphiquement).

Exercice 6 :

On donne la feuille de calcul ci-contre.
La colonne B donne les valeurs de l'expression $2x^2 - 3x - 9$ pour quelques valeurs de x de la colonne A.

	A	B
	x	$2x^2-3x-9$
1	-2,5	11
2	-2	5
3	-1,5	0
4	-1	-4
5	-0,5	-7
6	0	-9
7	0,5	-10
8	1	-10
9	1,5	-9
10	2	-7
11	2,5	-4
12	3	0
13	3,5	5
14	4	11
15	4,5	18
16	5	26
17	6	45

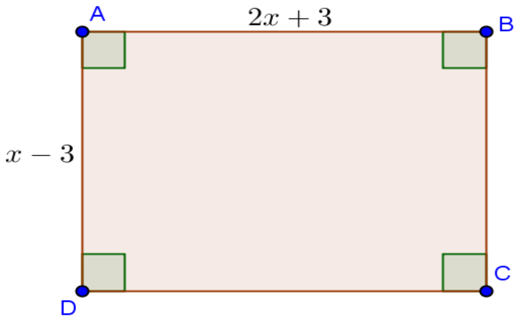
1. Si on tape le nombre 6 dans la cellule A 17, quelle valeur va-t-on obtenir dans la cellule B 17 ?

On va obtenir $2\times6^2 - 3\times6 - 9 = 45$.

2. À l'aide du tableur, trouver 2 solutions de l'équation : $2x^2 - 3x - 9 = 0$

$-1{,}5$ et 3 sont deux solutions de l'équation ci-dessus

3. L'unité de longueur est le cm.

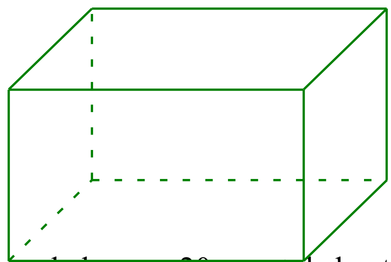


Donner une valeur de x pour laquelle l'aire du rectangle ci-dessous est égale à 5 cm². Justifier.

L'aire du rectangle est égale à $(2x + 3)(x - 3)$ en cm²
Or $(2x + 3)(x - 3) = 2x^2 - 6x + 3x - 9 = 2x^2 - 3x - 9$. On retrouve l'expression étudiée à l'aide du tableur.
L'aire du rectangle est égale à 5 cm² quand $2x^2 - 3x - 9 = 5$, à l'aide du tableur on a 2 solutions de cette équation 3,5 et -2.
La solution -2 ne convient pas, en effet pour cette valeur les longueurs des côtés du rectangle seraient des nombres négatifs ($-2 - 3 = -5$ et $-4 + 3 = -1$) ce qui n'est pas possible.
Pour $x = 3{,}5$cm, les côtés du rectangle mesurent 0,5 cm et 10 cm ce qui fait bien une aire de 5 cm²

Exercice 7 :

1. Dessiner un pavé droit en perspective cavalière.



2. Un aquarium a la forme d'un pavé droit de longueur 40 cm, de largeur 20 cm et de hauteur 30 cm.

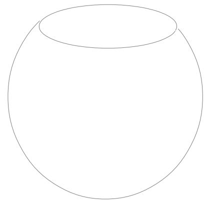
   a. Calculer le volume, en cm³, de ce pavé droit.

Soit v ce volume. On a v = $40 \times 20 \times 30 = 24\,000$ cm³.

   b. On rappelle qu'un litre correspond à 1000 cm³. Combien de litres d'eau cet aquarium peut-il contenir ?

Il contient donc 24 L d'eau.

3. Parmi les formules suivantes, recopier celle qui donne le volume, en cm³, d'une boule de diamètre 30 cm :



$\frac{4}{3}\times\pi\times30^3$; $4\pi\times15^2$; $\frac{4}{3}\times\pi\times15^3$.

La formule du volume d'une boule est v = $\frac{4}{3}\times\pi\times r^3$.

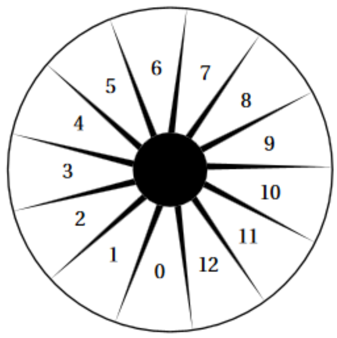
Comme le diamètre de la boule est de 30 cm, son rayon est donc de 15 cm. La bonne réponse est donc $\frac{4}{3}\times\pi\times15^3$.

4. Un second aquarium contient un volume d'eau égal aux trois quarts du volume d'une boule de diamètre 30 cm. On verse son contenu dans le premier aquarium. À quelle hauteur l'eau monte-t-elle? Donner une valeur approchée au millimètre.

Le volume d'eau versé est donc de $\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}\times\pi\times 15^3 = \pi \times 15^3$ cm^3.

Ce volume est versé dans un pavé droit de longueur 40 cm et de largeur 20 cm. Appelons h la hauteur de liquide. On a donc $40 \times 20 \times h = \pi \times 15^3$, donc $h=\frac{\pi\times 15^3}{40\times 20} \approx 13,3$ cm (13,253 cm, arrondi au millimètre, c'est-à-dire un chiffre après la virgule).

Exercice 8 :



On considère un jeu composé d'un plateau tournant et d'une boule. Représenté ci-contre, ce plateau comporte 13 cases numérotées de 0 à 12.
On lance la boule sur le plateau, la boule finit par s'arrêter au hasard sur une case numérotée.
La boule a la même probabilité de s'arrêter sur chaque case.

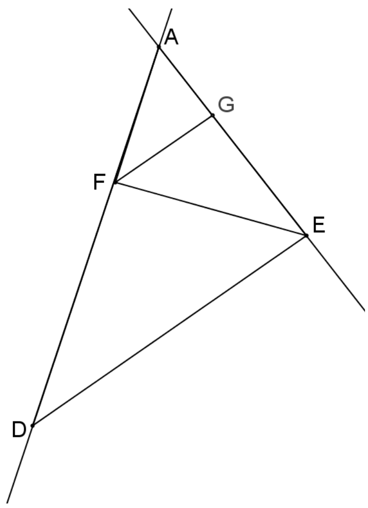
1. Quelle est la probabilité que la boule s'arrête sur la case numérotée 8? Il y a une case numérotée 8 sur 13 cases; la probabilité est donc égale à $\frac{1}{13}$.

2. Quelle est la probabilité que le numéro de la case sur lequel la boule s'arrête soit un nombre impair?
Il y a 6 cases numérotées par un nombre impair; la probabilité est donc égale à $\frac{6}{13}$.

3. Quelle est la probabilité que le numéro de la case sur laquelle la boule s'arrête soit un nombre premier?
Les premiers nombres premiers sont : 2; 3; 5; 7 et 11; il y en a donc 5; la probabilité est donc égale à $\frac{5}{13}$.

4. Lors des deux derniers lancers, la boule s'est arrêtée à chaque fois sur la case numérotée 9.
A-t-on maintenant plus de chances que la boule s'arrête sur la case numérotée 9 plutôt que sur la case numérotée 7? Argumenter à l'aide des probabilités.
À chaque lancer la probabilité que la boule s'arrête sur une case est la même, égale à $\frac{1}{13}$.
La probabilité que la boule s'arrête sur la case numérotée 9 est égale à la probabilité que la boule s'arrête sur la case numérotée 7

Exercice 9



La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur.
On donne les informations suivantes :
— Le triangle ADE a pour dimensions :
AD = 7 cm, AE = 4,2 cm et DE = 5,6 cm.
— F est le point de [AD] tel que AF = 2,5 cm.
— La droite (FG) est parallèle à la droite (DE).

1. Prouver que ADE est un triangle rectangle en E.
On calcule $AD^2=7^2=49$; $AE^2=4,2^2=17,64$ et $DE^2=5,6^2=31,36$
Or $17,64+31,36=49$ ou encore $AE^2+DE^2=AD^2$
D'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle ADE est rectangle en E. ([AD] est l'hypoténuse)

2. Calculer la mesure (arrondie à l'unité) de l'angle $\widehat{ADE}$.

Dans le triangle ADE rectangle en E, on a

$\cos(\widehat{ADE}) = \frac{DE}{AD} = \frac{5,6}{7}$

Donc $\widehat{ADE} \approx 37°$

3. Calculer la longueur FG.

Dans le triangle ADE on a (FG) parallèle à (DE). On a donc une configuration de Thalès et on peut écrire $\frac{AF}{AD} = \frac{AG}{AE} = \frac{FG}{DE}$ soit $\frac{2,5}{7} = \frac{AG}{4,2} = \frac{FG}{5,6}$ comme on cherche FG on garde $\frac{2,5}{7} = \frac{FG}{5,6}$ ce qui donne

$FG = \frac{2,5}{7} \times 5,6$ d'où FG=2 cm

4. Calculer l'aire du triangle AFG.

Le triangle AFG est une réduction du triangle ADE.
Le triangle ADE est rectangle en E, le triangle AFG est donc rectangle en G. Son aire est égale à

$\text{Aire}_{AFG} = \frac{AG \times FG}{2}$ (on ne connaît pas AG)

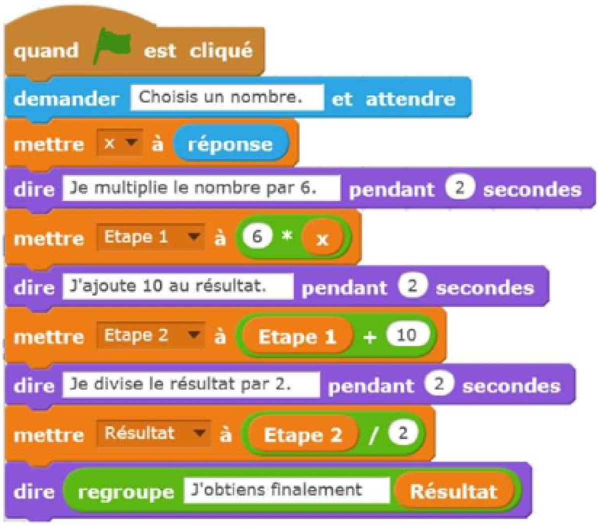
- On peut calculer AG à l'aide du théorème de Pythagore. On trouve AG=1,5 cm.
- On peut calculer AG en utilisant les égalités du 3.

$\frac{2,5}{7} = \frac{AG}{4,2}$

- **Remarque** : $\frac{2,5}{7}$ est le coefficient de réduction qui permet de passer du triangle ADE au triangle AFG.
On peut donc aussi commencer par calculer l'aire du triangle AFG et utiliser la propriété qui dit que si les longueurs sont multipliées par $\frac{2,5}{7}$, les aires sont multipliées $(\frac{2,5}{7})^2$. On trouve Aire_{AFG}=1,5 cm².

<u>Exercice 10 :</u>

On considère le programme de calcul ci-contre dans lequel *x*, Etape 1, Etape 2 et Résultat sont quatre variables.



1. a. Julie a fait fonctionner ce programme en choisissant le nombre 5.
Vérifier que ce qui est dit à la fin est : « J'obtiens finalement 20 ».

5×6 = 30 ; 30 + 10 = 40 ; 40 ÷ 2 = 20.

b. Que dit le programme si Julie le fait fonctionner en choisissant au départ le nombre 7?

7×6 = 42 ; 52 + 10 = 52 ; 52 ÷ 2 = 26.
Elle obtiendra donc 26 en choisissant 7 au départ.

2. Julie fait fonctionner le programme, et ce qui est dit à la fin est : « J'obtiens finalement 8 ».
Quel nombre Julie a-t-elle choisi au départ ?

Reprenons les opérations précédentes mais dans le sens contraire :
8×2 = 16 ; 16 – 10 = 6 ; 6 ÷ 6 = 1. Elle avait donc choisi 1 au départ.

3. Si l'on appelle x le nombre choisi au départ, écrire en fonction de x l' expression obtenue à la fin du programme, puis réduire cette expression autant que possible.

$(6 \times x + 10) \div 2 = 3x + 5$

4. Maxime utilise le programme de calcul ci-dessous :

Choisir un nombre Lui ajouter 2 Multiplier le résultat par 5

Peut-on choisir un nombre pour lequel le résultat obtenu par Maxime est le même que celui obtenu par Julie ?

Le programme de Maxime revient, en choisissant x au départ, à effectuer le calcul suivant :
$(x + 2) \times 5 = 5x + 10$.
Pour que le résultat soit le même avec les deux programme, il faut que
$3x + 5 = 5x + 10$, ce qui revient à $3x - 5x = 10 - 5$ soit $-2x = 5$ donc $x = -2,5$.
En choisissant –2,5, on obtient le même résultat (aussi –2,5 d'ailleurs ici) avec les deux programmes de

calculs.